

**THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité :

**ROBOTIQUE**

présentée

par **Yacine OUSSAR**

pour obtenir le titre de **DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS VI**

Sujet de la thèse :

**Réseaux d'ondelettes et réseaux de neurones  
pour la modélisation statique et dynamique  
de processus.**

Soutenue le 06 Juillet 1998

devant le jury suivant :

Mme	S. THIRIA	Rapporteur
M.	S. CANU	Rapporteur
M.	G. DREYFUS	Examineur
M.	P. GALLINARI	Examineur
M.	S. KNERR	Examineur
M.	L. PERSONNAZ	Examineur

A mon Père, ma Mère et Zina.

“Me tenant comme je suis,  
un pied dans un pays et l’autre en un autre,  
je trouve ma condition très heureuse,  
en ce qu’elle est libre”.

René Descartes  
(Lettre à la princesse Elisabeth de Bohême,  
Paris 1648).

Avant d'intégrer le laboratoire d'Électronique de l'ESPCI, je connaissais Monsieur le Professeur Gérard DREYFUS de réputation. Je ne savais pas alors que j'aurais un jour la chance de mener mon travail de thèse au sein de son équipe.

Mes plus vifs remerciements sont donc adressés au Professeur Gérard DREYFUS qui m'a témoigné de sa confiance en m'accueillant dans son laboratoire. Au cours de ces années de thèse, sa disponibilité sans faille, son suivi, son souci de la valorisation des travaux accomplis, son calme inébranlable devant les difficultés, ont beaucoup contribué à l'aboutissement de ce travail de thèse. Qu'il trouve ici toute ma reconnaissance.

Monsieur Léon PERSONNAZ, Maître de Conférences, a guidé mes premiers pas dans la recherche en encadrant mes deux premières années de thèse. Je resterai toujours impressionné par sa rigueur et son sens de la critique. Je tiens à lui exprimer mes remerciements pour ses relectures de mon mémoire et ses remarques.

Pendant ces années de thèse, Mademoiselle Isabelle RIVALS, Maître de Conférences, et moi avons partagé le même bureau, ce qui m'a permis à plusieurs reprises de bénéficier de ses connaissances. Je dois la remercier pour sa grande disponibilité.

J'adresse de vifs remerciements à Madame le Professeur Sylvie THIRIA, qui a accepté d'examiner mon mémoire de thèse, et qui a manifesté son intérêt pour mon travail.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur Stéphane CANU pour avoir examiné mon manuscrit avec beaucoup d'attention. Ses remarques constructives m'ont permis d'améliorer la version finale de mon mémoire.

Je suis très honoré que Monsieur le Professeur Patrick GALLINARI ait accepté de consacrer un peu de son temps, en cette période chargée de l'année, pour faire partie de mon jury.

Je tiens à remercier également Monsieur Stefan KNERR d'avoir également accepté d'être membre de mon jury, effectuant ainsi un "retour aux sources" en dépit de ses nombreuses activités.

Au cours de ces années de thèse au laboratoire d'Électronique, j'ai eu la chance de côtoyer Brigitte QUENET, Maître de Conférences, dont l'amitié et le

soutien m'ont beaucoup apporté. Mon travail a bénéficié de ses conseils et de ses encouragements.

Comment aurais-je pu m'initier aux systèmes informatiques en réseau sans la précieuse aide de Pierre ROUSSEL, Maître de Conférences, qui grâce à son administration rigoureuse des ressources informatiques du laboratoire, nous assure une bonne disponibilité des stations de travail ? J'ai beaucoup apprécié son sens de l'humour et sa convivialité.

Au travers de nombreuses discussions avec Hervé STOPPIGLIA, j'ai beaucoup appris sur les techniques de sélection utilisées dans ce mémoire. Je l'en remercie vivement.

Je voudrais adresser ici ma profonde reconnaissance à un ancien membre du laboratoire d'électronique qui par sa sympathie, son aide et ses encouragements a suscité en moi un véritable sentiment fraternel. C'est de Dominique URBANI que je veux parler .... Merci Doumé !

J'adresse enfin ma plus vive reconnaissance à Monique et François Zwobada qui sont devenus "ma famille française".

## TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
CHAPITRE I. Modélisation de processus et estimation des paramètres d'un modèle	5
CHAPITRE II. Réseaux de fonctions dorsales	27
CHAPITRE III. Réseaux d'ondelettes (approche fondée sur la transformée continue)	46
CHAPITRE IV. Réseaux d'ondelettes (approche fondée sur la transformée discrète)	88
CHAPITRE V. Étude de quelques exemples	115
Conclusion	137
Bibliographie	141
Annexe A	151
Annexe B	166

# TABLE DES MATIÈRES DÉTAILLÉE

Introduction	1
<hr/>	
CHAPITRE I. Modélisation de processus et estimation des paramètres d'un modèle	5
<hr/>	
<i>I. INTRODUCTION.</i>	6
<i>II. DÉFINITION D'UN PROCESSUS ET D'UN MODÈLE.</i>	6
<b>II.1 Processus.</b>	6
<b>II.2 Modèles.</b>	6
<i>II.2.1 Qu'est ce qu'un modèle ?</i>	6
<i>II.2.2 Buts d'une modélisation.</i>	6
<i>II.2.3 Classification des modèles.</i>	7
<i>II.2.3.1 Classification selon le mode de conception.</i>	7
<i>II.2.3.2 Classification selon l'utilisation.</i>	8
<b>III. LES ÉTAPES DE LA CONCEPTION D'UN MODÈLE.</b>	9
<b>III.1 Choix d'un modèle-hypothèse.</b>	9
<b>III.2 Du modèle-hypothèse au prédicteur ou au simulateur.</b>	11
<b>III.3 Présentation de quelques modèles-hypothèses et de leurs prédicteurs associés.</b>	11
<i>III.3.1 Modèle-hypothèse déterministe.</i>	12
<i>III.3.2 Modèles-hypothèses non déterministes.</i>	12
<i>III.3.2.1 L'hypothèse "Bruit de sortie".</i>	13
<i>III.3.2.2 L'hypothèse "Bruit d'état".</i>	13
<b>IV. FONCTIONS PARAMÉTRÉES POUR LA MODÉLISATION "BOÎTE NOIRE".</b>	14
<b>IV.1 Les fonctions paramétrées linéaires par rapport aux paramètres.</b>	14
<b>IV.2 Les fonctions paramétrées non linéaires par rapport aux paramètres.</b>	15
<i>IV.2.1 Les réseaux de neurones.</i>	15
<i>IV.2.2 Les réseaux de fonctions radiales (RBF pour Radial Basis Functions).</i>	16
<i>IV.2.3 Les réseaux d'ondelettes.</i>	17
<b>V. ESTIMATION DES PARAMÈTRES D'UN MODÈLE.</b>	17

<b>V.1 Position du problème et notations.</b>	<b>17</b>
<b>V.2 Les algorithmes de minimisation de la fonction de coût.</b>	<b>18</b>
<i>V.2.1 Méthode des moindres carrés ordinaires.</i>	18
<i>V.2.2 Principe des algorithmes de gradient.</i>	19
<i>V.2.3 La méthode du gradient simple.</i>	21
<i>V.2.3.1 Présentation de la méthode.</i>	21
<i>V.2.3.2 Techniques de réglage du pas.</i>	21
<i>V.2.4 Les méthodes de gradient du second ordre.</i>	21
<i>V.2.4.1 L'algorithme de BFGS.</i>	22
<i>V.2.4.2 L'algorithme de Levenberg–Marquardt.</i>	23
<b>V.3 Commentaire.</b>	<b>26</b>
<b>VI. CONCLUSION</b>	<b>26</b>
<b>CHAPITRE II. Réseaux de fonctions dorsales</b>	<b>27</b>
<hr/>	
<b>I. INTRODUCTION.</b>	<b>28</b>
<b>II. NEURONES FORMELS À FONCTIONS DORSALES ET RÉSEAUX.</b>	<b>28</b>
<b>II.1 Qu'est ce qu'un neurone formel ?</b>	<b>28</b>
<b>II.2 Qu'est-ce qu'un neurone formel à fonction dorsale ?</b>	<b>28</b>
<b>II.3 Qu'est ce qu'un réseau de neurones ?</b>	<b>29</b>
<b>II.4 Réseaux non bouclés et réseaux bouclés.</b>	<b>30</b>
<i>II.4.1 Les réseaux non bouclés.</i>	30
<i>II.4.2 Les réseaux bouclés.</i>	30
<b>II.5 Réseaux non bouclés complètement connectés et réseaux à couches.</b>	<b>31</b>
<i>II.5.1 Les réseaux non bouclés complètement connectés.</i>	31
<i>II.5.2 Les réseaux non bouclés à couches.</i>	31
<i>II.5.3 Les réseaux mis en œuvre dans ce travail.</i>	35
<b>III. CHOIX DE LA FONCTION D'ACTIVATION ET PROPRIÉTÉ D'APPROXIMATION UNIVERSELLE.</b>	<b>33</b>
<b>III.1 La fonction sigmoïde.</b>	<b>34</b>
<b>III.2 La fonction gaussienne.</b>	<b>34</b>
<b>IV. APPRENTISSAGE DES RÉSEAUX DE FONCTIONS DORSALES.</b>	<b>35</b>

IV.1 Apprentissage de réseaux non bouclés.	35
IV.2 Apprentissage de réseaux bouclés.	36
IV.3 Initialisation du réseau et minima locaux.	36
IV.4 Autres schémas d'apprentissage pour les réseaux de fonctions dorsales.	37
V. ANALYSE D'UN RÉSEAU DE FONCTIONS DORSALES.	37
V.1 Principe.	37
V.2 Élagage de poids synaptiques.	37
V.3 Une procédure pour la détection de neurones à fonctions gaussiennes "mal utilisés".	38
V.4 Étude d'un exemple.	41
VI. MODÉLISATION DYNAMIQUE DE PROCESSUS À L'AIDE DE RÉSEAUX DE FONCTIONS DORSALES.	43
VI.1 Modélisation entrée–sortie.	43
VI.1.1 Prédicteurs non bouclé.	43
VI.1.2 Prédicteur bouclé.	44
VI.2 Modélisation d'état.	44
VII. CONCLUSION.	45
CHAPITRE III. Réseaux d'ondelettes (approche fondée sur la transformée continue)	46
<hr/>	
I. INTRODUCTION.	47
II. RÉSEAUX ISSUS DE LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES CONTINUE.	48
II.1 La transformée en ondelettes continue.	48
II.2 De la transformée inverse aux réseaux d'ondelettes.	50
III. DÉFINITION DES ONDELETTES MULTIDIMENSIONNELLES ET DES RÉSEAUX D'ONDELETTES.	51
III.1 Ondelettes multidimensionnelles.	51
III.2 Réseaux d'ondelettes.	51
III.3 Réseaux d'ondelettes et réseaux de neurones.	54

<b>IV. APPRENTISSAGE DES RÉSEAUX D'ONDELETTES NON BOUCLÉS.</b>	<b>55</b>
IV.1 Calcul du gradient de la fonction de coût.	55
IV.2 Initialisation des paramètres du réseau.	57
IV.3 Exemple de modélisation statique.	59
IV.3.1 Présentation du processus simulé.	59
IV.3.2 Modélisation avec 100 exemples.	59
IV.3.3 Modélisation avec 300 exemples.	61
IV.3.4 Influence des termes directs	62
IV.3.5 Quelques figures.	63
<b>V. MODÉLISATION DYNAMIQUE ENTRÉE–SORTIE ET RÉSEAUX D'ONDELETTES.</b>	<b>64</b>
V.1 Apprentissage de réseaux de type entrée-sortie.	65
V.1.1 Apprentissage de prédicteurs non bouclés.	65
V.1.2 Apprentissage de prédicteurs bouclés.	65
V.1.3 Calcul du gradient par rétropropagation.	67
V.1.4 Calcul du gradient dans le sens direct.	68
V.2 Exemple.	70
V.2.1 Présentation du processus.	70
V.2.2 Étude du gain statique.	70
V.2.3 Modélisation du processus.	71
<b>VI. MODÉLISATION D'ÉTAT ET RÉSEAUX D'ONDELETTES.</b>	<b>72</b>
VI.1 Modèles d'état sans bruit, avec états non mesurables.	73
VI.2 Apprentissage de réseaux d'état bouclés.	73
VI.2.1 Structure du réseau d'état.	73
VI.2.2 Calcul du gradient par rétropropagation.	76
VI.2.2.1 Calcul du gradient de J par rapport à la sortie et aux variables d'état.	76
VI.2.2.2 Calcul du gradient de J par rapport aux paramètres du réseau.	77
VI.2.2.3 Commentaire sur le choix des variables d'état.	79
VI.2.3 Calcul du gradient dans le sens direct.	79
VI.2.4 Initialisation des paramètres du réseau.	81
<b>VII. LE PROBLÈME MAÎTRE–ÉLÈVE ET LES RÉSEAUX D'ONDELETTES.</b>	<b>82</b>
VII.1 Minima locaux de la fonction de coût.	83
VII.2 Choix de la séquence d'apprentissage.	84

VII.3 Choix du domaine des entrées et des paramètres du réseau maître.	84
VII.4 Choix de l'algorithme et de l'initialisation du réseau.	85
VII.5 Approche adoptée pour l'étude du problème.	85
VII.6 Résultats et commentaires.	85
VIII. CONCLUSION.	86
CHAPITRE IV. Réseaux d'ondelettes (approche fondée sur la transformée discrète)	88
<hr/>	
I. INTRODUCTION.	89
II. RÉSEAUX ISSUS SUR LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES DISCRÈTE.	89
II.1 Structures obliques et bases d'ondelettes orthonormales.	90
II.1.1 Ondelettes à variables continues.	90
II.1.2 Ondelettes à variables discrètes.	92
II.1.3 Choix de l'ondelette mère.	93
II.2 Réseaux fondés sur la transformée discrète.	94
III. TECHNIQUES DE CONSTRUCTION DE RÉSEAUX D'ONDELETTES.	95
III.1 Impossibilité d'utiliser les techniques de gradient.	95
III.2 Différentes approches pour construire un réseau d'ondelettes fondé sur la transformée discrète.	95
III.2.1 Approches n'utilisant pas de procédure de sélection.	95
III.2.1.1 Technique fondée sur l'analyse fréquentielle.	95
III.2.1.2 Technique fondée sur la théorie des ondelettes orthogonales.	96
III.2.1.3 Réseaux d'ondelettes pour un système adaptatif.	96
III.2.2 Approches utilisant une procédure de sélection.	97
III.2.2.1 Technique fondée sur la construction de structures obliques étroites.	97
IV. PROPOSITION D'UNE PROCÉDURE DE CONSTRUCTION DE RÉSEAUX ET D'INITIALISATION DE L'APPRENTISSAGE.	97
IV.1 Description de la procédure de construction de la bibliothèque.	98
IV.1.1 Famille engendrant la bibliothèque pour un modèle à une entrée.	98
IV.1.2 Cas des bibliothèques pour modèles à plusieurs entrées.	100
IV.2 La méthode de sélection.	100

IV.2.1 Principe de la méthode de sélection par orthogonalisation.	100
IV.2.2 Cas des termes directs.	102
<b>IV.3 La procédure de construction du réseau.</b>	<b>102</b>
IV.3.1 Présentation de la procédure de construction.	102
IV.3.2 Avantages et inconvénients de cette approche.	103
<b>IV.4 Autre application de la procédure : initialisation des translations et dilatations pour l'apprentissage de réseaux d'ondelettes à paramètres continus.</b>	<b>104</b>
IV.4.1 Principe de la procédure d'initialisation.	104
IV.4.2 Avantages et inconvénients de cette méthode d'initialisation.	105
<b>V. ÉTUDE D'EXEMPLES.</b>	<b>105</b>
<b>V.1 Exemple de construction de réseaux à l'aide de la procédure de sélection.</b>	<b>105</b>
V.1.1 Présentation du processus.	105
V.1.2 Construction d'un modèle dynamique à l'aide de la procédure.	106
V.1.2.1 Modélisation dynamique sans bruit du processus simulé.	107
V.1.2.2 Modélisation dynamique avec bruit du processus simulé.	107
V.1.2.3 Conclusion.	108
<b>V.2 Exemple d'initialisation des translations et des dilatations de réseaux à l'aide de la procédure de sélection.</b>	<b>108</b>
V.2.1 Processus 1.	108
V.2.1.1 Présentation du processus.	108
V.2.1.2 Initialisation de réseaux à l'aide de la procédure de sélection.	109
V.2.2 Processus 2.	112
<b>VI. CONCLUSION.</b>	<b>113</b>
<b>CHAPITRE V. Étude de quelques exemples</b>	<b>115</b>
<hr/>	
<b>I. INTRODUCTION.</b>	<b>116</b>
<b>II. MODÉLISATION DE PROCESSUS SIMULÉS.</b>	<b>117</b>
<b>II.1 Présentation du processus simulé sans bruit.</b>	<b>117</b>
<b>II.2 Modélisation du processus simulé non bruité.</b>	<b>118</b>
II.2.1 Réseau prédicteur à fonctions ondelettes.	119
II.2.1.1 Apprentissage avec l'algorithme de BFGS.	119
II.2.1.2 Apprentissage avec l'algorithme de Levenberg–Marquardt.	120

<b>II.2.2 Réseau prédicteur à fonctions dorsales.</b>	<b>120</b>
II.2.2.1 Apprentissage avec l'algorithme de BFGS.	121
II.2.2.2 Apprentissage avec l'algorithme de Levenberg–Marquardt.	121
<b>II.3 Modélisation du processus simulé avec bruit.</b>	<b>122</b>
II.3.1 Modélisation du processus simulé avec bruit additif de sortie.	123
II.3.2 Modélisation du processus simulé avec bruit d'état additif.	124
<b>II.4 Conclusion.</b>	<b>124</b>
<b>III. MODÉLISATION D'UN PROCESSUS RÉEL.</b>	<b>124</b>
<b>III.1 Présentation du processus.</b>	<b>125</b>
<b>III.2 Modélisation entrée–sortie.</b>	<b>126</b>
<b>III.2.1 Réseau prédicteur à fonctions ondelettes.</b>	<b>126</b>
III.2.1.1 Apprentissage avec l'algorithme de BFGS.	126
III.2.1.2 Apprentissage avec l'algorithme de Levenberg–Marquardt.	127
III.2.1.3 Fréquence d'occurrence du meilleur résultat.	128
<b>III.2.2 Réseau prédicteur à fonctions dorsales.</b>	<b>129</b>
III.2.2.1 Apprentissage avec l'algorithme de BFGS.	129
III.2.2.2 Apprentissage avec l'algorithme de Levenberg–Marquardt.	130
III.2.2.3 Fréquence d'occurrence du meilleur résultat.	130
<b>III.2.3 Conclusion de la modélisation entrée–sortie.</b>	<b>131</b>
<b>III.3 Modélisation d'état.</b>	<b>132</b>
III.3.1 Réseau prédicteur d'état à fonctions d'ondelettes.	133
III.3.2 Réseau prédicteur d'état à fonctions dorsales.	134
III.3.3 Réseau prédicteur d'état à fonctions dorsales dont la sortie est l'un des états.	134
III.3.4 Conclusion de la modélisation d'état.	135
<b>IV. CONCLUSION.</b>	<b>136</b>
 Conclusion	 137
<hr/> Bibliographie	<hr/> 141
 Annexe A	 151
<hr/> Annexe B	<hr/> 166